



## روش‌هایی برای مطالعه و یادگیری بهتر ریاضیات

سعید علیخانی<sup>۱</sup>، غلامرضا آیت‌اللهی<sup>۲</sup>، فائزه شمس‌الدین قطرم<sup>۳</sup>

پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۲۲

دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۲

### چکیده

علم ریاضی همواره مورد توجه بوده، اما درسی سخت تلقی می‌شود و آموزش دادن و فراگرفتن آن همواره با دشواری‌هایی همراه بوده است؛ بنابراین متخصصان آموزشی، استادان و دبیران این رشته در زمینه یادگیری بهتر ریاضی در بین دانش‌آموزان و دانشجویان تلاش‌های زیادی انجام داده‌اند. در این مقاله ضمن یادآوری تعاریفی از یادگیری و فواید رشته ریاضی، مراحل مختلفی را که یک دانشجو و یا دانش‌آموز باید انجام دهد، تا ریاضیات را به‌خوبی یاد گیرد و معلومات او نیز پایدار بماند، بیان شده است. روش این پژوهش کتابخانه‌ای و با بهره‌گیری از تجربه زیسته نویسندگان از یادگیری بهتر در این رشته بوده است. در این پژوهش، نشان داده شده است که استفاده کردن از نکات و مهارت‌های مطالعه ریاضی مانند فراگیری به‌صورت فعال، تمرکز بر روی اصول، یادداشت‌برداری، انجام تکالیف و کمک گرفتن از متخصصان این رشته، موجب یادگیری عمیق در درس ریاضی خواهد شد؛ همچنین انجام تمامی این مراحل، آموختن ریاضیات را کاری لذت‌بخش و دوست‌داشتنی خواهد کرد.

واژگان کلیدی: یادگیری، آموزش ریاضی، حل تمرین.

۱. استاد دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه یزد، یزد، ایران (نویسنده مسئول). [alikhani@yazd.ac.ir](mailto:alikhani@yazd.ac.ir)

۲. دبیر ریاضی، آموزش و پرورش ناحیه دو و خانه ریاضیات یزد، یزد، ایران. [gh.ayatollahi@gmail.com](mailto:gh.ayatollahi@gmail.com)

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده علوم اجتماعی دانشگاه یزد.



معمولاً دانش‌آموزان و دانشجویان در رده‌های مختلف تحصیلی، درس ریاضی را از دروس سخت و دشوار می‌دانند و بسیاری از مردم از این درس گریزانند و گمان می‌برند که هیچ‌وقت نمی‌توانند با ریاضیات ارتباط برقرار کنند. این باور از زمان‌های قبل نیز رایج بوده است و تاکنون ادامه دارد؛ علم ریاضی با وجود جذابیت خاص خود، هنوز بر شمار زیادی از دانش‌آموزان سنگین و خشک به نظر می‌آید (بهزادی و دیگران، ۱۴۰۱: ۱۰۲).

جهت‌گیری و غایت اصلی نظام‌های آموزشی نیز در پایه‌ها و مقاطع تحصیلی مختلف، فراهم کردن شرایط لازم برای تحقق یادگیری اصیل در دانش‌آموزان است، که این امر نشان‌دهنده اثربخشی نظام‌های مذکور در رسیدن به اهداف متنوع آموزشی و تربیتی است؛ بنابراین، می‌توان گفت که یادگیری مقصد نهایی برنامه‌های درسی و آموزشی و هدف اصلی آموزش است (نوریان، داشته و سمعی زفرقندی، ۱۴۰۰: ۱۷۶). یادگیری عبارت است از فرآیند تغییرات نسبتاً پایدار، در رفتار بالقوه یادگیرنده، مشروط بر آن‌که این تغییر بر اثر تجربه رخ دهد. این تعریف دیدگاه جدیدی را براساس مفاهیم فرایند، تغییر نسبتاً پایدار، رفتار بالقوه با توان رفتاری و تجربه ارائه می‌نماید. از مشخصات بارز فرآیند، حرکت و پویایی آن است که در اثر تعامل دائمی اجرا و متغیرهای موجود در آن صورت می‌گیرد و آغاز و پایانی ندارد و در یادگیری نیز دقیقاً همین موارد اتفاق می‌افتد. یادگیری در برگیرنده تغییرات نسبتاً دائمی است و رفتار موسمی، لحظه‌ای و تصادفی به‌هیچ‌وجه یادگیری نامیده نمی‌شود. نمی‌توان گفت یادگیری روی داده است، مگر آن‌که فرد تا حدی متحول شود؛ البته این تغییر و تحول می‌تواند در سطحی نسبتاً ساده رخ دهد (سیف، ۱۳۹۴).

نکته اصلی در این موضوع این است که شخص پس از این یادگیری، با همان شخص قبل از یادگیری و همچنین با شخصی که فاقد این یادگیری بوده، متفاوت است. یادگیری، تغییراتی است که در ساخت ذهن فرد ایجاد می‌شود و قابل اندازه‌گیری نیست. مقداری از

تغییرات حاصل از یادگیری، ممکن است به علت مساعد بودن شرایط، به رفتار بالفعل تبدیل شود، که معمولاً به آن عملکرد می‌گویند؛ ولی همیشه نباید انتظار داشت که آثار یادگیری بلافاصله در رفتار بالفعل فرد پدیدار شود؛ بلکه این عمل مستلزم فراهم شدن شرایط و فرصت استفاده از توانایی‌های کسب شده می‌باشد. تنها آن دسته از تغییرات در رفتار انسان را می‌توان یادگیری نامید که محصول تجربه، یعنی تأثیر متقابل فرد و محیط با یکدیگر باشد و در مجموع باید توجه داشت که فرایند یادگیری حاصل تلاش، حرکت، فعالیت و مشارکت شخص یادگیرنده می‌باشد (افروز، ۱۳۸۵).

ریاضیات به‌عنوان پایه و اساس دانش در نظر گرفته می‌شود، که نقش آن در علوم، حیاتی است. مطالعات نشان می‌دهد که ریاضیات به‌عنوان یک موضوع، بر تمام جنبه‌های زندگی انسان در سطوح مختلف تأثیر می‌گذارد. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا و کانادا بر ارزش‌گذاری ریاضی و اهمیت دادن به آن در جریان زندگی و در پرورش ذهن و اندیشه، تأکید کرده‌است. تمام دانش‌آموزان باید بتوانند ارتباطات ریاضی‌وار برقرار کرده، ریاضی‌وار استدلال کنند و نسبت به ریاضی‌قدردانی داشته باشند، تا به به قابلیت‌ها و توانایی‌های خود در انجام ریاضی اعتماد پیدا کنند و در نهایت، توانایی حل مسأله‌های ریاضی را پیدا کنند.

ریاضی یک علم کاربردی است و در علوم دیگر نیز کاربرد دارد؛ از مهم‌ترین علوم که از علم ریاضی تأثیر پذیرفتند می‌شود به پزشکی، مهندسی، معماری و ... اشاره کرد و به همین دلیل است که آموزش و شیوه‌ی یاددهی و یادگیری ریاضی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد (بنی‌طالبی دهکردی، ۱۳۹۷). شاید عمده‌ترین انگیزه مطالعه و گسترش ریاضیات و نخستین دلیل برای اهمیت دادن به آن به کار گرفتن این دانش در مطالعه طبیعت به منظور شناخت محیط زیست و بهره‌برداری از آن در جهت زندگی بهتر و راحت‌تر باشد (ابراهیم‌زاده و بدیع، ۱۳۹۶).

در تمدن امروزی، استفاده عملی از ریاضی در صنعت، به حد اعجاب‌آوری رسیده‌است؛ به‌عنوان مثال، پیشرفت بسیاری از امراض مسری و مزمن مانند سرطان، اختلالات مغزی و





امراض قلبی از یک مرحله به مرحله دیگر، طوری است که می‌توان آنها را به‌صورت عددی بیان کرد و از طریق ریاضی مورد مطالعه قرار داد (فریدون‌نژاد، ۱۴۰۲). بر طبق این مطالعات، می‌توان به این برداشت رسید که ریاضی پیش‌آهنگ دانش‌هاست و هر کس که می‌خواهد درست بیندیشد و بهتر فکر کند، ناگزیر است که با ریاضیات آشنا شود. علمای ریاضی و دانشمندان در رشته‌های مختلف، بر این باورند که هر علمی که زیربنای دانش ریاضی نباشد، علم نیست در دنیای امروز، علم ریاضی به منزله خون در پیکره عظیم سایر علوم می‌باشد (عصاره و زادشیر، ۱۳۹۶). می‌توان گفت آموزش صحیح ریاضی، یعنی آموزش صحیح همه علوم؛ بنابراین آموزش ریاضیات نیز از اهمیت زیادی برخوردار است.

مراحل حافظه عبارت از توجه یا اثری که از دیدن یا شنیدن چیزی و یا اثری که از مطالعه در مغز باقی می‌ماند، به‌خاطر سپاری، یادآوری و تشخیص یا بازشناسی است (برزکار و حسینی، ۱۳۹۷). بدیهی است یادگیری و تثبیت و تسلط روی هر مطلبی از جمله درس ریاضی، همین فرآیند و مراحل را طی می‌کند و لازم است برای یادگیری و تسلط و تثبیت مباحث ریاضیات در ذهن نیز مراحل مختلفی طی شود، تا هم محصل از این یادگیری لذت ببرد و بتواند به مراحل بالاتر دست یابد و هم وقت کمتری از او گرفته شود.

ریاضی از ابعاد مختلف با دروس دیگر تفاوت دارد. ریاضی عینی است، رویه‌های خاصی را به‌کار می‌گیرد، نمادها و فرمول‌ها را شامل می‌شود و واژگان خاص خود را دارد؛ در نتیجه، مهارت‌های مطالعه‌ای که برای موفقیت در ریاضی نیاز دارید نیز منحصر به فرد است. اگرچه هیچ راه و الگوریتم دقیق و درستی برای مطالعه ریاضی وجود ندارد، اما این پژوهش سعی دارد، چند مورد از مهم‌ترین نکات و مهارت‌های مطالعه را بیان کند تا عملکردی بهتر در درس ریاضی حاصل شود.

### پیشینه تحقیق

بهزادی و دیگران (۱۴۰۱) به کمک فن فراترکیب و استفاده از نظرات متخصصین آموزش ریاضی، معیارهایی برای یادگیری مؤثر و کارآمد شناسایی کردند؛ از جمله این عوامل می‌توان به محرک‌های مناسب محیطی، چیدمان کلاس به شکل مشارکت‌محور،

## روش‌هایی برای مطالعه و یادگیری بهتر ریاضیات

روش تدریس، قدرت و نگرش معلم، ادراک دانش‌آموز، آشنایی با روش‌های مطالعه و ... اشاره کرد. فتحکوهی (۱۴۰۱) با رویکرد تحلیل شبکه‌ای مبتنی بر دیمتل (Dematel) توان‌مهندسازی‌هایی در زمینه محیط، فیزیولوژیکی، جامعه‌شناختی، هیجان، روان‌شناختی و محتوایی را برای عملکرد بهتر در یادگیری درس ریاضی توصیه نمودند. دوروباف و مدرسی (۱۳۹۹) روش قصه‌گویی در درس ریاضی را عاملی برای بهبود انگیزش درونی دانش‌آموزان دانسته‌اند. صاحب‌یار، گل محمدنژاد و برقی (۱۳۹۸) نیز به مطالعه اثربخشی یادگیری معکوس بر تفکر تأملی در ریاضی پرداختند، که نتایج تحلیل کواریانس حاکی از آن بود که یادگیری معکوس بر همه مؤلفه‌های تفکر تأملی (عادی، فهمیدن، تأملی و تفکر انتقادی) مثبت و معنادار است. بررسی آموزش تلفیقی بر روند یادگیری ریاضی به دست زارعی زوارکی و طوفانی‌نژاد (۱۳۹۶) انجام شد، که نتایج آن تأثیر مثبت این روش در فرایند یادگیری درس ریاضی بود.

آبیال، هبسا و توهی (۲۰۲۰) و با روش نظام‌مند، عوامل کلیدی در پیشرفت دانش‌آموزان در درس ریاضی را با مطالعه ۲۶ مقاله مورد بررسی قرار داده‌اند که نتایج نشان‌دهنده آن بود که روش تدریس، نگرش معلمان و نگرش خود فراگیران نسبت به درس ریاضی، عملکرد مؤثری در زمینه پیشرفت و یادگیری در درس ریاضی خواهد داشت (Ayebale, Habaasa, Tweheyo, 2020).

موهر-شرودر و دیگران (۲۰۱۷) در یک کار متفاوت به تأثیر نگرش والدین به درس ریاضی بر نگرش فرزندانشان به این درس پرداخته است. (Mohr-Schroeder, et.al., 2017) نتایج حاکی از آن بود که هم‌بستگی مثبت و معنادار آماری بین نگرش والدین و دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات برقرار است؛ علاوه بر این، نگرش ریاضی والدین به‌طور قابل توجهی نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات را پیش‌بینی می‌کند.

نوریان، داشته، و سمیعی زفرقندی (۱۴۰۰) با استفاده از روایت پژوهی، عواملی مانند بدفهمی، عملکرد معلم، اضطراب در درس ریاضی و کمبود و محدودیت‌های آموزشی را به عنوان موانعی بر سر یادگیری درس ریاضی استخراج کردند. کبیری و بخشعلی‌زاده





(۱۴۰۰) کیفیت خدمات آموزشی در درس ریاضی را در شهر تهران سنجش کردند و نتایج نشان داد که دانش‌آموزان مدرسه‌های دولتی به سبب کمبود امکانات، عملکرد پایین‌تری نسبت به سایر مدارس داشتند و همچنین بهترین عملکرد در مناطق ۲، ۳، ۵ و ۶ تهران و ضعیف‌ترین عملکرد در مناطق ۱۵، ۱۹ و ۱۸ بود.

باید توجه داشت، تمام مطالعات انجام‌شده بر اهمیت یادگیری ریاضی تأکید داشته، روش‌هایی را برای آموزش و یادگیری بهتر ریاضی ارائه داده‌اند.

### روش تحقیق

پژوهش حاضر براساس تجربه سال‌ها تدریس ریاضیات در سطح قبل از دانشگاه و بعد از دانشگاه (تا مقطع دکتری) با این باور که ریاضیات علمی خشک و بی‌روح نبوده و این وظیفه هم بر عهده مدرس و هم بر عهده دانشجو است که زیبایی‌های ریاضیات را کشف کرده و آنها را درک کند انجام شده و در صدد است نشان دهد که در این صورت است که متعلم، خود برای یادگیری بیشتر ریاضیات تلاش بیشتری خواهد کرد. در این جهت چندین راهکار عملی برای بهبود مطالعه و یادگیری ارائه خواهد شد، که شامل ایجاد برنامه زمان‌بندی، تنظیم محیط مناسب، استفاده از رسانه‌ها و ابزارهای کمک‌آموزشی، تکرار و مرور مطالب، انجام فعالیت‌های تقویت حافظه، ایجاد انگیزه و اعتماد به نفس، همکاری با دیگران و درخواست کمک در صورت نیاز هستند.

روش استفاده شده در این تحقیق مروری است با ارائه تکنیک‌های مطالعه یادگیری به صورت تجربه زیسته و تحلیلی ارائه شده است. پژوهش‌گران تحقیق حاضر با توجه به تجربیاتی که در طول چند سال در حوزه آموزش ریاضی داشته‌اند، یادگیری عمیق‌تر ریاضی را منوط به انجام فنون و ترفندهایی در حوزه مطالعه این درس می‌دانند.

### راهنمای مطالعه و یادگیری ریاضی

با توجه به این که تاکنون هیچ راه و الگوریتم دقیق و درستی برای مطالعه ریاضی وجود ندارد، در این بخش، چند مورد از مهم‌ترین نکات و مهارت‌های مطالعه بررسی خواهند شد که به نظر می‌رسد با بهره‌گیری از آن می‌توان عملکرد بهتری در این درس داشت.

## یادگیری فعال

برخلاف برخی از دروس دبیرستانی و دانشگاهی، یادگیرندگان نمی‌توانند تنها با به کارگیری مهارت‌های گوش دادن و خواندن، در ریاضیات به سطوح عالی دست پیدا کنند و یا حتی در ریاضی مهارت نسبی پیدا کنند. ریاضی به انجام کار فعالانه نیاز دارد. به عبارت دیگر باید به انجام ریاضیات پرداخت؛ در نتیجه، برای یادگیری ریاضی باید تمام تمرین‌ها و تکالیف خود را انجام داد. اگر یادگیرندگان تمرین‌های خود را انجام ندهند، یا تکالیف خود را کامل نکنند، فرمول‌ها را حفظ نخواهند شد و یا رویه‌های مورد نیاز برای مهارت واقعی در ریاضیات برایشان درونی و ماندگار نخواهد شد. برخی از مردم فکر می‌کنند که به صورت ذاتی در ریاضیات موفق نیستند؛ در صورتی که تجربه نشان می‌دهد، اکثر مردم می‌توانند تمرین ریاضی انجام دهند؛ باین‌حال، اکثر مردم واقعاً نیاز به کار و تمرین دارند، تا در ریاضیات مهارت پیدا کنند؛ درحالی‌که چند ساعت مطالعه برای امتحان تاریخ در پایان ترم معمولاً کافی است، ریاضی به مطالعه منظم و یادگیری روزانه نیاز دارد و کسی که مایل نیست به‌طور فعال در فرآیند یادگیری ریاضی شرکت کند، بهتر است به ریاضی نپردازد.

تجربه نویسنده دوم پژوهش حاضر از این قرار است که در سال اول دبیرستان نظام قدیم (سال ۱۳۶۸) درسی به نام جبر که اکنون و در نظام جدید آموزشی نام ریاضی دارد، توسط دبیری مجرب به دانش‌آموزان تدریس می‌شد. در بخش اتحادها که یکی از مهم‌ترین بحث‌های ریاضیات دبیرستانی است، وی به عنوان یادگیرنده حس می‌کرد که ضعف دارد و سعی داشت این ضعف را به هر طریق ممکن برطرف کند. قرار شد دوستی در کلاس که در این موضوع از وی بهتر بود، به او کمک کند و او در عوض به او در شیمی کمک کند. متأسفانه این روش به دلایلی از جمله شروع آموزش با مثال‌های تقریباً پیچیده، موفق نبود و وی تصمیم گرفت که خود، معلم خود باشد. او شروع کرد به نوشتن مسائل و حل آنها (از روی کتب مختلف و حتی کتاب حل المسائل). در ابتدا و حدود ۴-۵ مسئله اول را تنها در حدود ۳۰ درصد متوجه می‌شد که در حال چه کاری است، ولی به نوشتن ادامه داد و کم‌کم



متوجه درک بیشتر روش می‌شد. این افزایش درک ادامه داشت تا وقتی مثلاً به چهلمین مسئله رسید و بدون اینکه به جواب نگاه کند، به راحتی مسائل را حل می‌کرد. وی به حدی غیرقابل توصیف ذوقزده شده بود و به نظر می‌رسد در آن لحظه بود که متوجه شد چقدر ریاضیات را دوست دارد؛ از آن به بعد، دبیر فهمیده او که متوجه استعداد او در ریاضیات شده بود، سعی می‌کرد از دانش‌آموزان برای حل مسائل در پای تخته کمک بگیرد و این شد که از آن روزها وی برای حل مسائل پای تخته می‌رفت. این عمل برای سال‌های سال ادامه پیدا کرد، تا جایی که برای او مسجل شد که هیچ‌جایی بهتر از پای تخته برای یادگیری ریاضیات نیست.

### تجمعی و سلسله‌وار بودن ریاضی

ریاضی یک درس بسیار متوالی و پشت سرهم است. چیزی که یادگیرنده در یک روز یاد می‌گیرد، براساس چیزهایی است که قبلاً یاد گرفته است و برای حمایت از یادگیری‌های آینده لازم است. برای درک بهتر مطلب در قالب مثال می‌توان گفت، ریاضی مثل آجرهای یک ساختمان است. اگر یکی از آجرهای ساختمان از دست برود، نمی‌توان در ساختمان‌سازی پیشرفت کرد و ساختمان را تکمیل کرد؛ به همین دلیل است که در ریاضیات، اگر دانش‌آموزان یا دانشجویان در درس ریاضی غیبت کنند، یا تکالیف را به موقع انجام ندهند، عقب افتادن آنها در آن درس بسیار محتمل است؛ درحالی که انباشتن و حفظ کردن می‌تواند به فرد در قبولی در آزمون‌های دیگر دروس دانشگاهی کمک کند، اما کمک چندانی به موفقیت در آزمون‌های ریاضی نخواهد کرد.

همان‌طور که یادگیرندگان به کلاس بالاتر می‌روند، درک خواهند کرد که یک کلاس ریاضی بر دیگری بنا می‌شود؛ برای مثال، بدون تکمیل موفقیت‌آمیز مطالب جبر دبیرستان، ممکن است درک جبر دانشگاه بسیار دشوار باشد. فرد نمی‌تواند یک سال عملکرد ضعیفی داشته باشید و انتظار داشته باشد که سال بعد جزو یادگیرندگان برتر باشد؛ بلکه فرد باید به عقب برگردد و مفاهیم و موضوعات ریاضی قبلی را که در سال‌های گذشته از یادگیری آن غفلت کرده، دوباره یاد بگیرد.



## اهمیت تمرکز بر روی اصول

در اکثر کلاس‌های تاریخ دانشگاهی، سطح متوسطه و سطح ابتدایی، توانایی به خاطر سپردن نام‌ها، تاریخ‌ها و رویدادها تنها چیزی است که یادگیرندگان باید بگذرانند؛ با این حال، در ریاضی متوجه خواهند شد که حفظ کردن فرمول‌ها و معادلات برای آن کافی نیست؛ بلکه باید بتوانند اطلاعات را به خاطر بسپارند و این از مراحل ابتدایی یادگیری ریاضی است. مهم‌تر از آن این است که باید بدانند چگونه از فرمول‌ها استفاده کنند، نحوه کار معادلات را بدانند و فرایندهای ریاضی را به کار ببرند؛ درحقیقت، این فرمول‌ها و معادلاتی که یادگیرندگان آنها را در ذهن دارند، به‌مثابه جعبه‌ابزاری برای حل مسائل ریاضی است و این بسیار مهم است که توانایی و تبحر داشته باشند، که بدانند از کدام ابزار باید برای حل یک مسئله خاص استفاده کنند.

ریاضیات شامل فرمول‌ها، معادلات و روش‌های زیادی است که به خاطر سپردن همه آنها دشوار است. دانش‌آموزان نباید سعی کنند همه چیز را حفظ کنند. در ریاضیات، درک مهم‌تر از دانش است. هنگامی که دانش‌آموزی شروع به شرکت در کلاس‌های ریاضیات پیشرفته می‌کند، برخی از استادان ممکن است به او اجازه دهند فهرستی از فرمول‌ها را در آزمون‌ها با خود داشته باشد. دیگران حتی ممکن است آزمون‌هایی ارائه دهند که در آنها مراجعه به کتاب مجاز است. اگر دانش‌آموز اصول ریاضی را درک نکند، تمام دانش دنیا به او کمکی نخواهد کرد. در ابتدا دانش‌آموز باید روی ایجاد درک دقیق همه مفاهیم اصلی تمرکز کند. بسیاری از روش‌های مورد استفاده برای حل یک مسئله ریاضی را می‌توان برای حل مسائل ریاضی دیگر استفاده کرد. دانش‌آموزان باید همان‌طور که در ریاضیات خود پیشرفت می‌کنند، سعی کنند آنچه را که قبلاً آموخته‌اند، در هر مسئله ریاضی جدیدی که با آن روبرو می‌شوند، به کار ببرند.

دانش‌آموزی که رویای کسب نشان مسابقات و المپیادهای ریاضی را دارد، باید تا می‌تواند مسئله حل کند. مطابق تجربه‌های نویسنده دوم مقاله، وی در دوران تحصیل کارشناسی، برای شرکت در مسابقات ریاضی انجمن ریاضی ایران که اسفند ۱۳۷۴ در





دانشگاه صنعتی شریف برگزار می‌شد، به‌عنوان عضوی از تیم دانشگاه خود اعزام شد. وی تقریباً دروس مهم کارشناسی ریاضی را گذرانده بود، اما با این پرسش درگیر بود که چرا فردی مانند مریم میرزاخانی که آن سال دانشجوی سال اول کارشناسی بود و هنوز خیلی از دروس را نگذرانده بود، بسیار بهتر مسائل مسابقات را حل کرد؟ این سؤال، مدت‌ها و شاید چند سال ذهن او را اشغال کرده بود. بعدها او بر اثر تجربه دریافت اینکه فرد اطلاعات زیادی را در مغز خود داشته باشید، خیلی خوب است، اما مهم‌تر از آن، این است که تشخیص دهد کی و کجا برای حل چه مسائلی آنها را به‌کار گیرد؛ پس مریم میرزاخانی آنقدر تمرین و تکرار کرده بود که راحت‌تر و سریع‌تر از ابزارهای حاضر در ذهن خود را برای حل مسائل استفاده می‌کرد.»

### یاد گرفتن واژگان

ریاضی مانند هر علم دیگری، واژگان و اصطلاحات مخصوص به‌خود را دارد؛ علاوه‌براین، بسیاری از کلمات رایج در زبان، هنگامی که در ارتباط با ریاضی به کار می‌روند، معانی متفاوتی دارند. یادگیرندگان باید با صرف وقت و دقت لازم یک گزارش واژگان ریاضی ایجاد کنند که در آن هر اصطلاح و واژه ریاضی جدیدی را که با آن روبرو می‌شود یادداشت و تعریف کنند. بسیاری از دانش‌آموزان به‌سرعت به این نتیجه می‌رسند که از توان یادگیری ریاضی محروم هستند، یا نمی‌توانند ریاضی را بفهمند؛ در صورتی که ریاضی به صبر، نظم و فداکاری نیاز دارد. اگر یادگیرنده خود را وقف یادگیری کند، به خود ایمان داشته باشد و تلاش کند که از طریق خود ریاضی به ریاضی بپردازد، حتی متوجه می‌شود که واقعاً ریاضی را دوست دارد. نقل قولی از زنده‌یاد پروفیسور مریم میرزاخانی از این قرار است که «بدون علاقه داشتن به ریاضی ممکن است آن را سرد و بی‌پوده بباید، اما زیبایی ریاضیات خود را به شاگردان صبور نشان می‌دهد و پرارزش‌ترین بخش مطالعه ریاضی لحظه‌ای است که می‌گویی آها! ذوق کشف و لذت فهمیدن چیزی جدید، احساس ایستادن بالای یک بلندی و رسیدن به دیدی شفاف و واضح.»

## ارتباط ریاضی با پیچیدگی و دشواری

ریاضیات به مرور زمان و در مقاطع بالاتر پیچیده‌تر می‌شود؛ در نتیجه، بسیاری از دانش‌آموزان و دانشجویان برای موفقیت باید زمان بیشتری را نسبت به سایر دروس برای مطالعه ریاضی صرف کنند. زمانی که یادگیرنده به جبر دانشگاهی، مثلثات و حساب دیفرانسیل و انتگرال رسید، غیرمعمول نیست که چندین ساعت در شب را صرف مطالعه ریاضی کند؛ بنابراین اگر مطالعه ریاضی تمام وقت او را می‌گیرد، باید بداند حتی بسیاری از مدال‌آوران و نخبگان ریاضی هم وقت زیادی را برای یادگیری عمیق ریاضی صرف کرده‌اند.

## اهمیت یادداشت‌برداری در یادگیری ریاضی

دانش‌آموزان و دانشجویان اغلب آنچه را که استاد یا معلم می‌نویسد، یادداشت می‌کنند؛ در صورتی که بسیاری از استادان و مدرسان از نوشتن هر مفهوم مهمی که مطرح می‌کنند، غفلت می‌کنند. شیوع بیماری و ویروس کرونا باعث شد معلمان و استادان به آموزش مجازی روی آورند و در طی دو سال به آن عادت کنند. خیلی از مدرسان، دیگر با تخته و گچ انس ندارند و ترجیح می‌دهند که به جای آنکه درس را پای تخته باز و تشریح کنند، درس را از روی یک فایل که به دانش‌آموزان نشان داده شده است، آموزش دهند، یا مثلاً یک پرده‌نگار (پاورپوینت) تهیه کنند و از روی آن تدریس کنند، اما آیا تدریس ریاضی، علوم و ... به روش پرده‌نگار و یا آموزش از روی فایل پی‌دی‌اف جواب می‌دهد؟! به نظر می‌رسد حتی این کار برای تدریس در مقطع دکتری هم خالی از اشکال نیست؛ البته باید توجه داشت استفاده از این نوع ابزار به خودی خود دچار مشکل نیست؛ بلکه این ابزار زندگی آکادمیک افراد زیادی را حفظ کرده و نجات داده است. پرده‌نگاری که خوب تهیه شده باشد، می‌تواند مفید و در آموزش قدرتمند باشد. فقط باید به یاد داشت که به‌طور معمول افراد از نظر روانی نمی‌توانند هم‌زمان هم به چیزی گوش کنند و هم متنی را بخوانند و به‌طور کامل و سریع‌تر از پایان صحبت مدرس صفحه را بخوانند و آن را بفهمند؛ به نظر می‌رسد در این حوزه استفاده از کلاس‌های درس با تخته و گچ (یا تابلو و مازیک) کمک



بیشتری می‌کند؛ این نکته که برترین دانشگاه‌های دنیا هنوز از تخته و گچ در کنار دیگر وسایل آموزشی پیشرفته استفاده می‌کنند، حائز اهمیت است. حذف تخته و گچ از مدارس و دانشگاه‌ها و یا استفاده نکردن از آنها برای تدریس زیان‌بار است و به آموزش آسیب می‌زند (علیخانی، ۱۴۰۱). مدرس ریاضی باید تقریباً تمام مفاهیم، مثال‌ها، نکات و راه‌حل‌ها را روی تخته بنویسد و دانشجو یا دانش‌آموز باید این مطالب را در یادداشت خود بگنجاند.

ممکن است برخی نکات کلیدی هرگز توسط مدرس نوشته نشوند و تنها بیان شوند؛ اما برای درک کامل اصل یا مفهوم ریاضی مورد بحث، کلیدی هستند و دانشجو باید آنها را یادداشت کند. حتماً این یادداشت‌ها که مدرس بر آنها تأکید دارد، در آزمون‌های بعدی به کار می‌آیند. یادگیرنده باید هنگامی که چیزی را متوجه نشد، دست خود را بالا ببرد و توضیح بخواهد؛ همچنین این ترفند نیز کاربردی است که یادگیرندگان فهرستی از مفاهیمی را که با آن‌ها درگیر هستند در یادداشت‌های خود تهیه کنند، تا بتوانند بعداً پرسش کرده، کمک بیشتری دریافت کند.

یادگیرنده باید بلافاصله پس از کلاس، یادداشت‌های خود را مرور کند (پس‌خوانی) و با صرف وقت مطمئن شود که همه چیزهایی را که یادداشت کرده، به‌طور کامل متوجه شده است. این کار بسیار به ماندگاری مطالب آموخته‌شده در ذهن کمک خواهد کرد؛ همچنین پیش‌خوانی مطالبی که مدرس بنا دارد در جلسه بعدی تدریس نماید، به یادگیری کمک شایانی می‌کند. نیازی به این نیست که یادگیرنده همه مطالب مربوط به جلسه بعد را بخواند و بفهمد؛ کافی است با موضوع و عنوان‌های اصلی مطالبی که مدرس خواهد کرد، آشنا شود. این کار که معمولاً چهار، پنج دقیقه وقت او را می‌گیرد، مغز را در مورد موضوع کنجکاو و آماده یادگیری مطالب جدید می‌کند.

### اهمیت انجام تکالیف در یادگیری ریاضی

ریاضی از دروسی است که معمولاً نیاز به انجام تکالیف دارد. تکالیف ریاضی اهمیت بسزایی دارد و اگر یادگیرنده نخواهد مهارت‌های استدلال خوب و حل مسئله را توسعه دهد، انجام تکالیف ضروری است. اکثر مردم بلافاصله پس از شنیدن سخنرانی یک مدرس،



ریاضی را یاد نمی‌گیرند. برای یادگیری ریاضی باید آن را تجربه کرد و به آن پرداخت. یادگیرنده باید مسائل ریاضی را حل کند و آموخته‌های خود را به کار ببرد. انجام تکالیف به دانش‌آموزان و دانشجویان این فرصت را می‌دهد که واقعاً یاد بگیرند که ریاضیات در ابعاد تئوری و عملی چگونه کار می‌کند. تکالیف خانگی زمانی بیشترین تأثیر را دارند که درحالی‌که یادگیرنده سخنرانی مدرس را به‌تازگی شنیده است، تکمیل شوند. درحالی‌که منتظر ماندن برای تکمیل تکالیف تا بعدازظهر هیچ اشکالی ندارد و یادگیرنده می‌تواند گاهی اوقات تکالیف ریاضی را در بین کلاس‌ها، در هنگام ناهار یا درست بعد از مدرسه کامل کند. تکمیل آنها هنگامی که مفاهیم هنوز در ذهن یادگیرنده تازه هستند، بسیار مؤثر هستند. یکی از بزرگترین مشکلات دانش‌آموزان هنگام تکمیل تکالیف ریاضی این است که آنها یادداشت‌ها و یا متن‌های مرتبط با تکلیف یا مسائل داده شده را مطالعه نمی‌کنند. بسیاری از دانش‌آموزان به سرعت سعی می‌کنند یک مسئله ریاضی را حل کنند و زمانی که نمی‌دانند چگونه آن را انجام دهند، دست از کار می‌کشند. خواندن تمام دستورالعمل‌ها و یادداشت‌ها قبل از هر تکلیف برای محاسبه کامل مسائل ریاضی ضروری است. وقتی صحبت از تکالیف ریاضی می‌شود، پاسخ سؤال به تنهایی چیزی نیست که مدرس به دنبال آن در تکالیف است؛ بلکه اکثر مدرسان ریاضی بیشتر به‌نحوه رسیدن فرد به پاسخ علاقه‌مند هستند تا خود پاسخ. هنگام تکمیل تکالیف ریاضی، یادگیرنده باید همیشه کار خود را نشان دهد. مراحل را که برای رسیدن به پاسخ خود طی کرده به شیوه‌ای منظم و منطقی ارائه دهد. تازمانی‌که یادگیرنده روند حل مسئله را نشان ندهد، بسیاری از مدرسان ریاضی برای پاسخ‌ها اعتباری قائل نخواهند شد.

### چگونگی حل مسئله

به قول پال هالموس «ریاضیات، همان حل مساله است» (Halmos, 1985). بدون حل مساله نمی‌توان در ریاضیات به مهارت کافی رسید. شیوه‌نامه زیر می‌تواند نشان‌دهنده نکاتی برای حل مسائل برای یادگیرندگان مختلف ریاضی باشد.

- مسئله را بخوانید.
- مسئله را با دقت بخوانید و مطمئن شوید که آنچه را که پرسیده می‌شود متوجه شده‌اید.
- مسئله را دوباره بخوانید.
- حالا دوباره مسئله را بخوانید و یادداشت کنید چه چیزی به شما داده شده و چه چیزی از شما خواسته می‌شود. دقیقاً سؤالی را که از شما می‌خواهند حل کنید یا پیدا کنید، با کلمات خودتان بنویسید. آنچه را که می‌دانید بنویسید. اکنون به مسئله برگردید و اطلاعات، حقایق و ارقام ارائه‌شده را در قالبی سازمان‌یافته بنویسید.
- یک نمودار بکشید.
- در صورت امکان، نموداری ایجاد کنید که مسئله را به‌طور کامل نشان دهد. ترسیم یک نمودار خوبِ فکرشده اغلب راه‌حلی را پیشنهاد می‌کند.
- یک طرح بچینید.
- فرمول‌هایی را که ممکن است به شما در حل مسئله کمک کند، شناسایی کنید. بفهمید که برای حل مسئله به چه چیزی نیاز دارید. اغلب مراحل و پاسخ‌های میانی وجود دارد که باید قبل از رسیدن به پاسخ نهایی خود آنها را تکمیل کنید.
- یک مثال برای مسئله پیدا کنید.
- اگر برای شما مشکل است که مسئله را حل کنید، سعی کنید مسئله مشابهی را پیدا کنید که آن را بلدید (یا آن را متوجه شده‌اید) یا قبلاً حل شده است. مسئله ساده‌تر را حل کنید و سپس به عقب برگردید و برای حل مسئله سخت‌تر و درعین‌حال مشابه تلاش کنید.
- برنامه خود را اجرا کنید.
- هنگامی که درک خوبی در مورد آنچه از شما خواسته می‌شود و آنچه باید انجام شود به‌دست آوردید، برنامه خود را عملی کنید. مطمئن شوید که کارتان را گام‌به‌گام نشان می‌دهید تا مدرس شما بتواند استدلال و منطق شما را ببیند و به این ترتیب بتوانید به عقب برگردید و کار خود را بررسی کنید.

• پاسخ خود را بررسی کنید.

گاهی اوقات اولین پاسخ شما پاسخ صحیح نیست. آیا پاسخی که به آن رسیدید، منطقی است؟ اگر می‌توانید پاسخ خود را به مسئله اصلی برگردانید، این کار را انجام دهید. این به شما اطلاع می‌دهد که آیا پاسخ شما صحیح است یا خیر.

• مساله را مرور کنید.

پس از اینکه به پاسخی رسیدید، به عقب برگردید و مسئله را برای آخرین بار با توجه به مفاهیم، فرمول‌ها و اصولی که برای ارائه راه حل مورد نیاز بودند، مرور کنید. این به شما کمک می‌کند تا آنچه را که آموخته‌اید، درونی و ماندگار کنید و شما را برای مقابله با مسائل چالش‌برانگیز ریاضی آماده کند.

### استفاده از کمک و راهنمایی

اگر یادگیرنده در حل مسئله به کمک احتیاج داشت بهتر است نیاز خود را مطرح کند. در صورت لزوم می‌توان از معلم، سایر دانش‌آموزان یا مدرس خود استفاده کرد. اگر از دانش و تجربه دیگران استفاده شود، یادگیری ریاضی بسیار آسان‌تر است. برای دریافت کمک نباید تا آخرین لحظه منتظر ماند. ریاضی سلسله‌وار است؛ بنابراین اگر یادگیرنده مفهومی را از دست داد، به احتمال زیاد خیلی سریع مفهوم بعدی را متوجه نخواهد شد. یادگیرنده باید از پرسیدن سؤال در کلاس نترسد. اگر یادگیرنده مفهومی را درک نکنند، به احتمال زیاد دانش‌آموزان دیگری نیز این مفهوم را درک نمی‌کنند؛ یادگیرنده نباید نگران این باشد که دیگران چه فکری می‌کنند یا گفته او درست است یا غلط؛ بلکه باید اگر چیزی را متوجه نشد، دست خود را بلند کند، سؤالی بپرسد و توضیح دهد. با مدرس در مورد سؤال بحث کند و حتی از مدرس بخواهد اجازه دهد او موضوع مورد بحث را روی تخته بنویسد، تا هم خودش و هم دیگران بهتر یاد بگیرند. شرکت در فعالیت‌های کلاسی و به‌خصوص پای تخته رفتن، بسیار در رشد ریاضی فرد مثرثمر است. اگر در طول کلاس زمان کافی برای دریافت توضیحات نباشد، یادگیرنده باید در ساعات اداری یا بعد از کلاس به استاد مراجعه کند.



استفاده از گروه‌های مطالعه، ایده بسیار خوبی برای مطالعه ریاضی است. با یک گروه مطالعه ۴ نفری یا بیشتر، این احتمال وجود دارد که حداقل یک نفر درک خوبی از یک مفهوم ریاضی داشته باشد و بتواند آن را برای بقیه گروه توضیح دهد. داشتن فرصتی برای توضیح مفاهیم پیچیده ریاضی برای دیگران نیز به تقویت درک فرد از آن مفهوم کمک می‌کند. گروه‌های مطالعه (مخصوصاً با داشتن گچ و تخته) می‌توانند برای مطالعه ریاضی و حتی تولید علم در ریاضی بسیار مفید باشند.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، عوامل مؤثر بر مطالعه دقیق و یادگیری ریاضی بررسی شد و نشان داده شد که موفقیت در مطالعه دقیق و یادگیری ریاضی، نیازمند توجه به اصول و روش‌های علمی است که در این زمینه ارائه شده‌اند؛ پژوهش حاضر همچنین چندین راهکار عملی را برای بهبود مطالعه و یادگیری ارائه داد که شامل ایجاد برنامه زمان‌بندی، تنظیم محیط مناسب، استفاده از رسانه‌ها و ابزارهای کمک‌آموزشی، تکرار و مرور مطالب، انجام فعالیت‌های تقویت حافظه، ایجاد انگیزه و اعتماد به نفس، همکاری با دیگران و درخواست کمک در صورت نیاز بودند.

مهم‌تر از هر نکته‌ای برای یادگیری ریاضی، لازم است که یادگیرنده دیدگاه مثبتی نسبت به این درس داشته باشد و به توانایی خود در فهم و حل مسائل اعتماد کند. اگر یادگیرنده از پیش فکر کند که ریاضی سخت و خسته‌کننده است، احتمالاً نمی‌تواند به خوبی یاد بگیرد و پیشرفت کند؛ بنابراین، باید سعی کند که ریاضی را به‌عنوان یک درس جذاب و لذت‌بخش ببیند و از چالش‌ها و مشکلات آن لذت ببرد.

امید است که به کمک تغییر و تحول روش‌های آموزش ریاضی و گسترش آن در سطح عمومی، زمینه شکوفایی استعدادهای درخشان جوانان ایرانی و بروز خلاقیت‌های شگرف آنان فراهم گردد. ریاضیات دانشی گسترده است که هر کس برحسب نیاز خود بایستی از این دانش بهره‌مند شود. وظیفه نظام آموزشی این است که فرایند یادگیری ریاضیات را تسهیل و ریاضیات را عمومی کند. ریاضیات علاوه بر محتوایی که یاد می‌دهد، عادت‌های





## روش‌هایی برای مطالعه و یادگیری بهتر ریاضیات

کیفی خوبی ایجاد می‌کند. ریاضیات نه به این دلیل که در همه رشته‌ها کاربرد دارد، بلکه به این دلیل اهمیت دارد که پرداختن به آن ذهن را شفاف می‌کند، خلاقیت را بالا می‌برد و گفت‌وگو را تسهیل می‌کند. با توجه به کاربرد روزافزون ریاضی در رشته‌های مختلف و زندگی روزمره، آموزش آن باید فراگیر و جذاب‌تر شود.

B B B

### منابع و مآخذ

- ابراهیم‌زاده، ابوالفضل و بدیع، زهره (۱۳۹۶). «مقیاسه اضطراب ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه هشتم با توجه به سطح تحصیلات و اشتغال والدین»، چهارمین کنفرانس ملی روان‌شناسی علوم اجتماعی و تربیتی.
- افروز، غلامعلی (۱۳۸۵). **اختلالات یادگیری**. تهران: دانشگاه پیام نور.
- برزکار، ابراهیم و حسینی نسیم (۱۳۹۷). **مقدمه‌ای بر موضوعات شناختی (فرآیندهای ذهنی مبتنی بر پژوهش‌های مغز و روان‌شناسی)**، آرتینه.
- بنی‌طالبی دهکردی، مریم (۱۳۹۷). «اهمیت آموزش ریاضی به دانش‌آموزان ابتدایی». اولین همایش بین‌المللی روان‌شناسی، علوم تربیتی و مطالعات اجتماعی.
- بهزادی، محمدحسن؛ فتحکوهی، محمدعلی؛ رسولی، حمید؛ شاهورانی سمنانی، احمد (۱۴۰۲). «توان‌مندسازی یادگیری ریاضی دانش‌آموزان با رویکرد تحلیل شبکه‌ای مبتنی بر دیمتل، نشریه صنعت و دانشگاه، ۱۳(۴۹): ۱۰۱-۱۲۱.
- دوروباف، مهدیه و مدرسی سریزدی، آسیه‌السادات (۱۳۹۹). «بررسی تأثیر روش تدریس ریاضی به شیوه قصه، بر انگیزش پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان». **کارافن**. ۱۷ (ویژه‌نامه): ۲۶۳-۲۷۷.
- زارعی زوارکی، اسماعیل و طوفانی‌نژاد، احسان (۱۳۹۶). «تأثیر آموزش تلفیقی بر میزان یادگیری دانش‌آموزان در درس ریاضی». **اندیشه‌های نوین تربیتی**. ۱۳(۱): ۷۳-۹۰.
- سیف، علی‌اکبر (۱۳۹۴). **روان‌شناسی پرورشی نوین: روان‌شناسی یادگیری و آموزش**. ویرایش هشتم. تهران: دوران.
- صاحب‌یار، حافظ؛ گل‌محمدنژاد، غلامرضا و برقی، عیسی (۱۳۹۸). «مطالعه اثربخشی یادگیری معکوس بر تفکر تأملی دانش‌آموزان دوره دوم متوسطه در درس ریاضی»، **ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی**. ۸(۴): ۳۳-۶۲.



- عصاره، علیرضا و زادشیر، محبوبه (۱۳۹۶). «بررسی تأثیر آموزش ریاضی به کمک رایانه، بر نگرش ریاضی دانش‌آموزان دختر پایه نهم». **خانواده و پژوهش**. ۱۴ (۳۵): ۴۹-۶۴.
- علیخانی، سعید (۱۴۰۱). «خواندن از روی پاورپوینت، آموزش درست نیست». **جامعه‌شناسی ریاضی**. ۳: ۲۳-۲۶.
- فتحکوهی، محمدعلی؛ بهزادی، محمدحسن؛ رسولی، حمید و شاهورانی سمنانی، احمد (۱۴۰۱). «شناسایی عوامل مؤثر بر یادگیری ریاضی دانش‌آموزان به کمک فراترکیب و نظرات متخصصین آموزش ریاضی». **آموزش و ارزش‌یابی**. ۱۵ (۵۷): ۱۵۱-۱۷۵.
- فریدون‌نژاد، مژگان (۱۴۰۲). «بررسی اثربخشی الگوی تدریس مدیریت آموزش بر کنترل اضطراب ریاضی در دانش‌آموزان». **پیشرفت‌های نوین در روان‌شناسی، علوم تربیتی و آموزش و پرورش**. ۶ (۶۰): ۱۹۹-۲۱۵.
- کبیری، مسعود و بخشعلی‌زاده، شهرناز (۱۴۰۰). «سنجش کیفیت یادگیری ریاضیات در دانش‌آموزان پایه ششم شهر تهران». **نوآوری‌های آموزشی**. ۲۰ (۴): ۱۳۱-۱۴۸.
- نوریان، محمد؛ داشته، امیرحسین و سمیعی زفرقندی، مرتضی (۱۴۰۰). «واکاوی تجربیات معلمان درباره موانع و مشکلات یادگیری درس ریاضی. **راهبردهای آموزش در علوم پزشکی**. ۱۵ (۲): ۱۷۴-۱۸۵.
- Ayebale, L.; Habaasa, G. & Tweheyo, S. (2020). "Factors affecting students' achievement in mathematics in secondary schools in developing countries: A rapid systematic review". *Statistical journal of the IAOS*. 36(20): 73-76.
- Halmos, P.R. (1985). *I Want to be a Mathematician*. Springer-Verlag.
- Mohr-Schroeder, M.; Jackson, C.; Cavalcanti, M.; Jong, C.; Craig Schroeder, D. & Speler, G. (2017). "Parents' Attitudes Toward Mathematics and the Influence on Their Students' Attitudes toward Mathematics: A Quantitative Study". *School Science and Mathematics*. 117(5): 214-222.



فصلنامه علمی - تخصصی مطالعات بین رشته‌ای در آموزش

دوره ۲ / شماره ۴ / زمستان ۱۴۰۲ / ۵-۲۲

Interdisciplinary Studies in Education

Vol. 2, No. 4. Winter 2024, 5-22

<https://ise.cfu.ac.ir/>

DOI: 10.22034/ISE.2024.15699.1085

## Some methods to learn mathematics better

Saeid Alikhani, Gholamreza Ayatollahi, Faezeh Shamsuddin Qatram

### Abstract

Mathematical science is always considered as a difficult subject, so educational experts, professors and teachers of this field made many efforts in the field to learn mathematics better. In this article, while recalling the definitions of learning and the benefits of mathematics, the various steps that a student must perform in order to learn mathematics well and keep his knowledge stable will be explained. The method of this research was the library and the authors' lived experience of better learning in this field. It has been shown that using math study tips and skills such as active learning, focusing on principles, taking notes, doing homework and helping from experts in this field will lead to deep learning in math lessons. Also, doing all these steps will make learning mathematics a pleasant and enjoyable activity.

**Keywords:** learning, mathematics, solving exercises